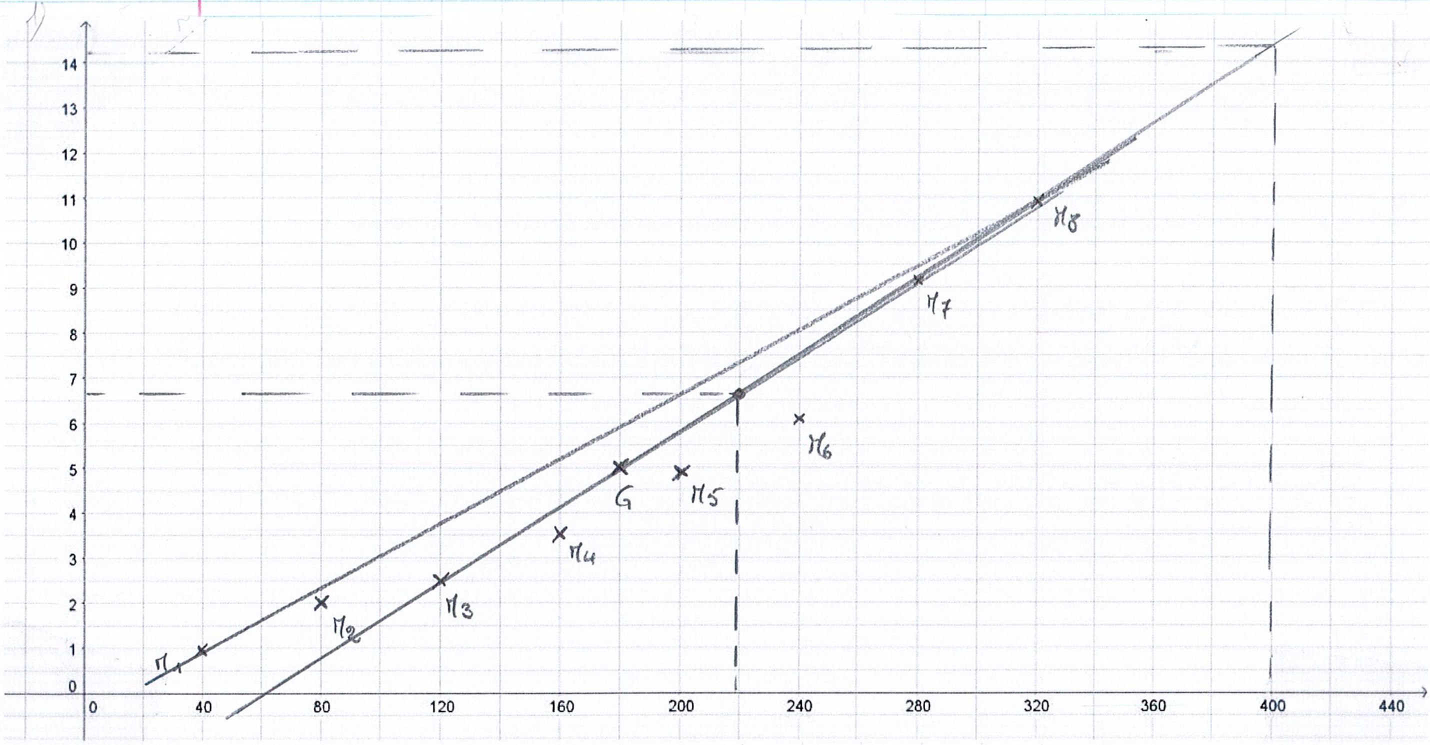
Maths Complémentaires. CH9. Correction

Exercice 1

1)



2) Voir ci-dessus.

3) a) • $\bar{x} = \dfrac{40+80+120+\dots+320}{8}$ $\boxed{\bar{x} = 180}$

• $\bar{t} = \dfrac{0,9+2+2,5+\dots+10,9}{8}$ $\boxed{\bar{t} = 5,025}$

$\boxed{G\,(180\,;\,5,025)}$

b) Voir ci-dessus.

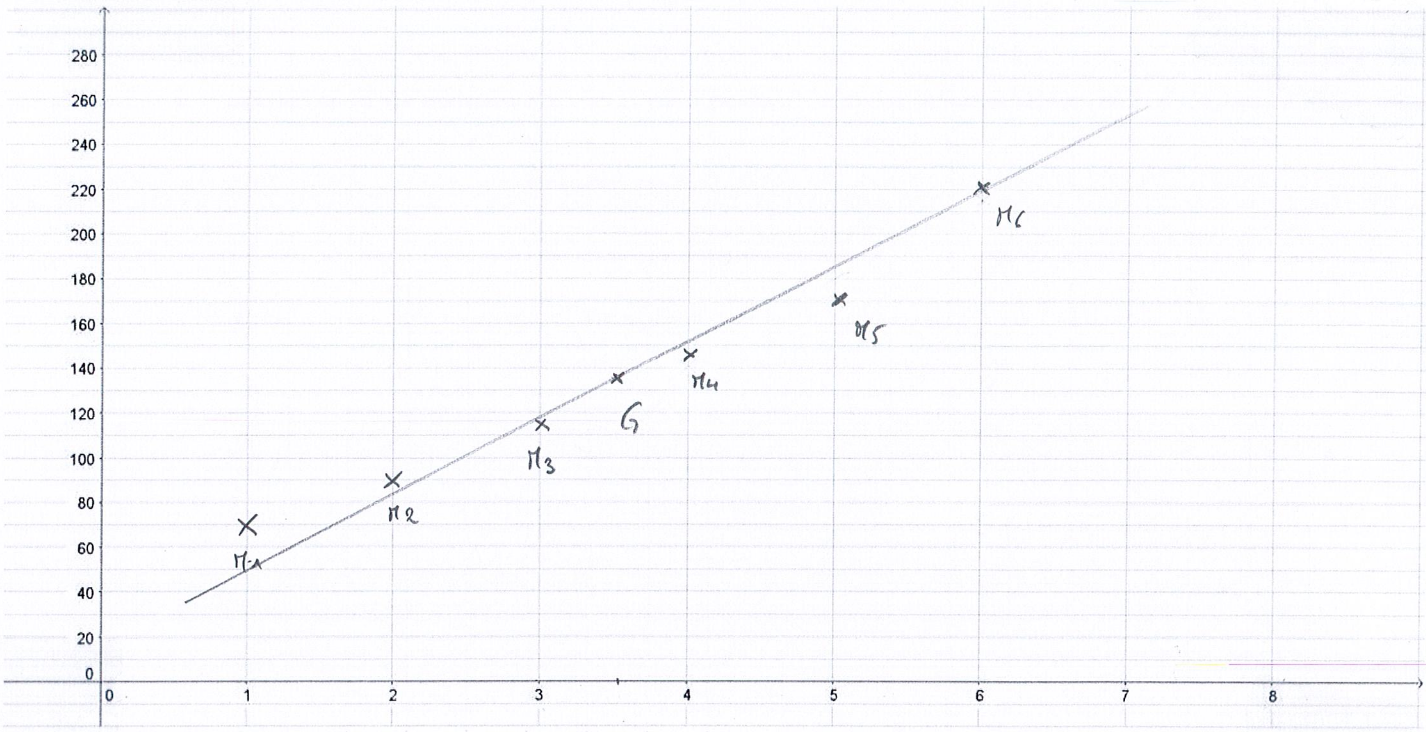
4) Voir ci-dessus.

5) a) Graphiquement, pour $x = 220$ $t \approx 6,75$

b) Graphiquement pour $x = 400$ $t \approx 14,2$

Exercice 2

1)



2) • $\bar{x} = \dfrac{1+2+3+4+5+6}{6} = \dfrac{21}{6} = 3,5$

• $\bar{y} = \dfrac{70+90+\dots+215}{6} = \dfrac{810}{6}$

$\boxed{G\,(3,5\ ;\ 135)}$

3) (GM_6) a une équation de la forme $y = ax+b$.

• $a = \dfrac{y_{M_6} - y_G}{x_{M_6} - x_G} = \dfrac{220 - 135}{6 - 3,5} = 34$

• $M_6\,(6 ; 220) \in (GM_6)$ donc $220 = 6 \times 34 + b$ donc $b = 16$.

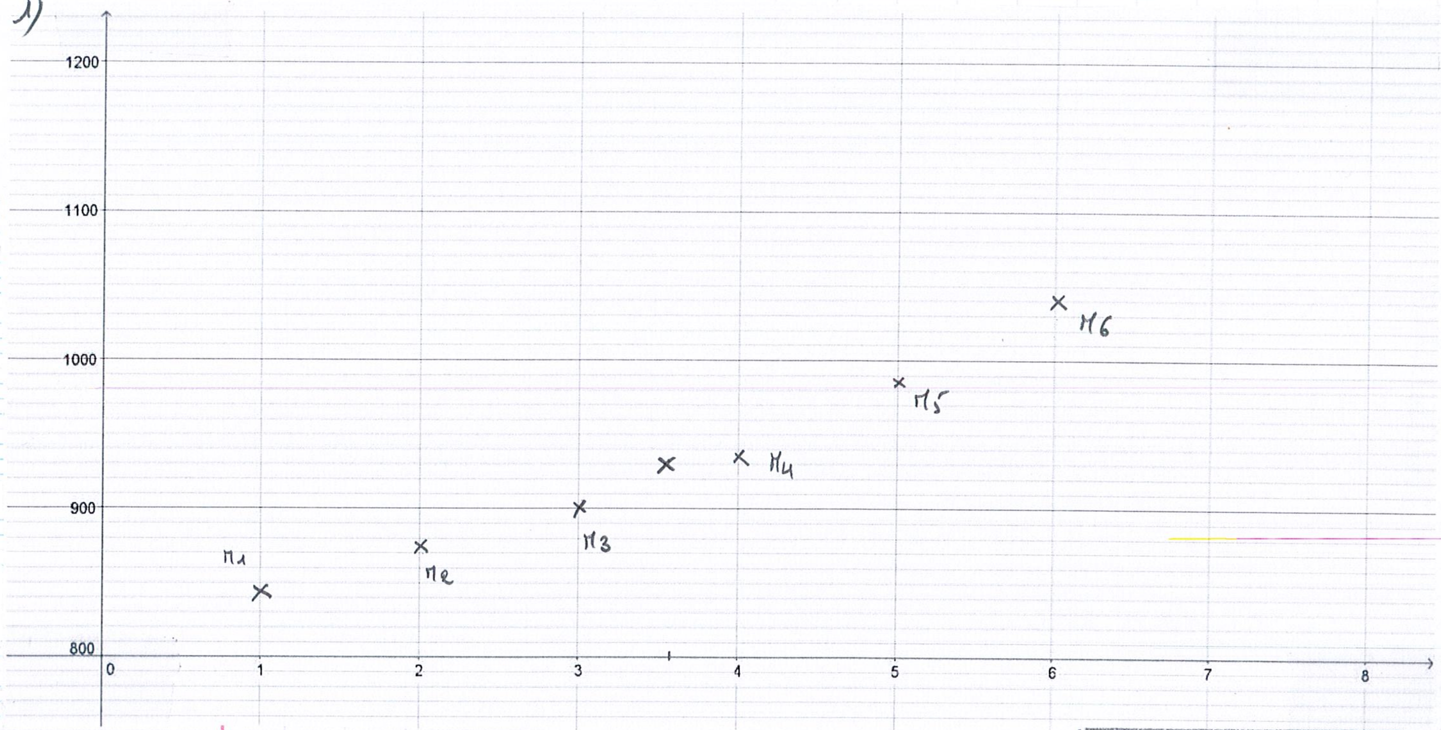
$\boxed{(GM_6) : y = 34x + 16}$

4) Pour 2028, $x = 9$ donc $y = 34 \times 9 + 16 = 322$

On peut estimer à 322 le nombre d'adhérents en 2028

Exercice 3

1)



2) $\bar{x} = 3{,}5$ $\qquad \bar{y} = \dfrac{842 + \dots + 1039}{6} = 929{,}5$ $\qquad \boxed{G(3{,}5\ ;\ 929{,}5)}$

3) (GM_5) a pour équation $y = ax + b$

. $a = \dfrac{y_{M_5} - y_G}{x_{M_5} - x_G} = 37$.

. $M_5(5\ ;\ 985) \in (GM_5)$ donc $985 = 37 \times 5 + b$

donc $b = 800$.

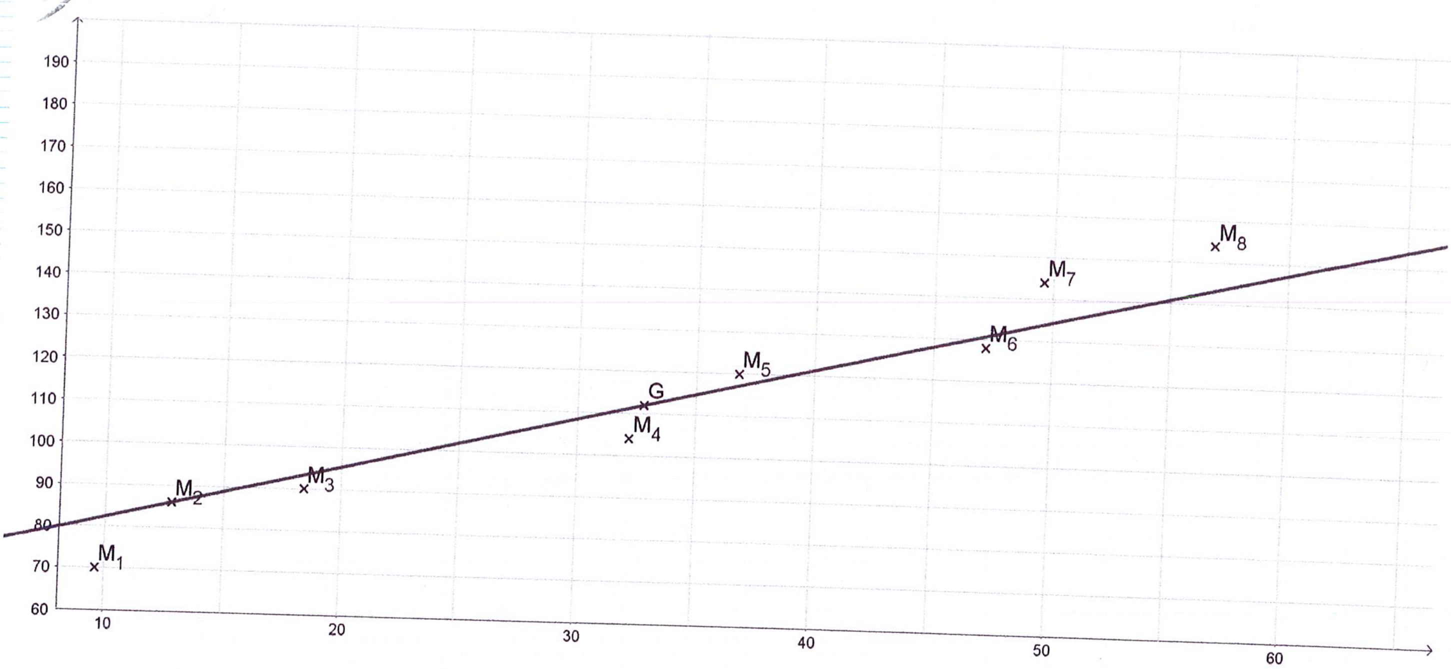
$$\boxed{(GM_5) : y = 37x + 800}$$

4) Pour 2020, $x = 21$ et donc $y = 37 \times 21 + 800 = 1577$.

> L'extrapolation laissait prévoir un SMIC de 1577 €. Or en 2020, le montant du SMIC était seulement de 1219 €. L'évolution entre 2000 et 2005 ne s'est pas poursuivi de la même manière jusqu'en 2020

Exercice 4.

1)



2) $\bar{x} = \dfrac{9,6 + \dots + 56,8}{8} = 32,8$

$\bar{y} = \dfrac{70 + \dots + 154}{8} = 112$

$\boxed{G(32,8 ; 112)}$

3) (GM_2) a une équation de la forme $y = ax + b$

- $a = \dfrac{y_G - y_{M_2}}{x_G - x_{M_2}} = 1,3$
- $M_2(12,8 ; 86) \in (GM_2)$ donc $86 = 1,3 \times 12,8 + b$ d'où $b = 69,36$

$\boxed{(GM_2) : y = 1,3x + 69,36}$

4) a) $x = 40$ donc $y = 1,3 \times 40 + 69,36 = 121,36$

Pour un travail de 40 kilojoule par minute, la fréquence cardiaque est d'environ 121,4

b) $y = 100$ donc $100 = 1,3x + 69,36$ d'où $x = \dfrac{100 - 69,36}{1,3} \approx 23,6$

Pour une fréquence de 100 battements par minute, l'intensité du travail est d'environ 23,6 kilojoule par minute.

Exercice 5

1) $\boxed{\bar{x} = \frac{1+2+3+4}{4} = 2,5}$ $\boxed{\bar{y} = \frac{580+510+500+490}{4} = 520}$

2)

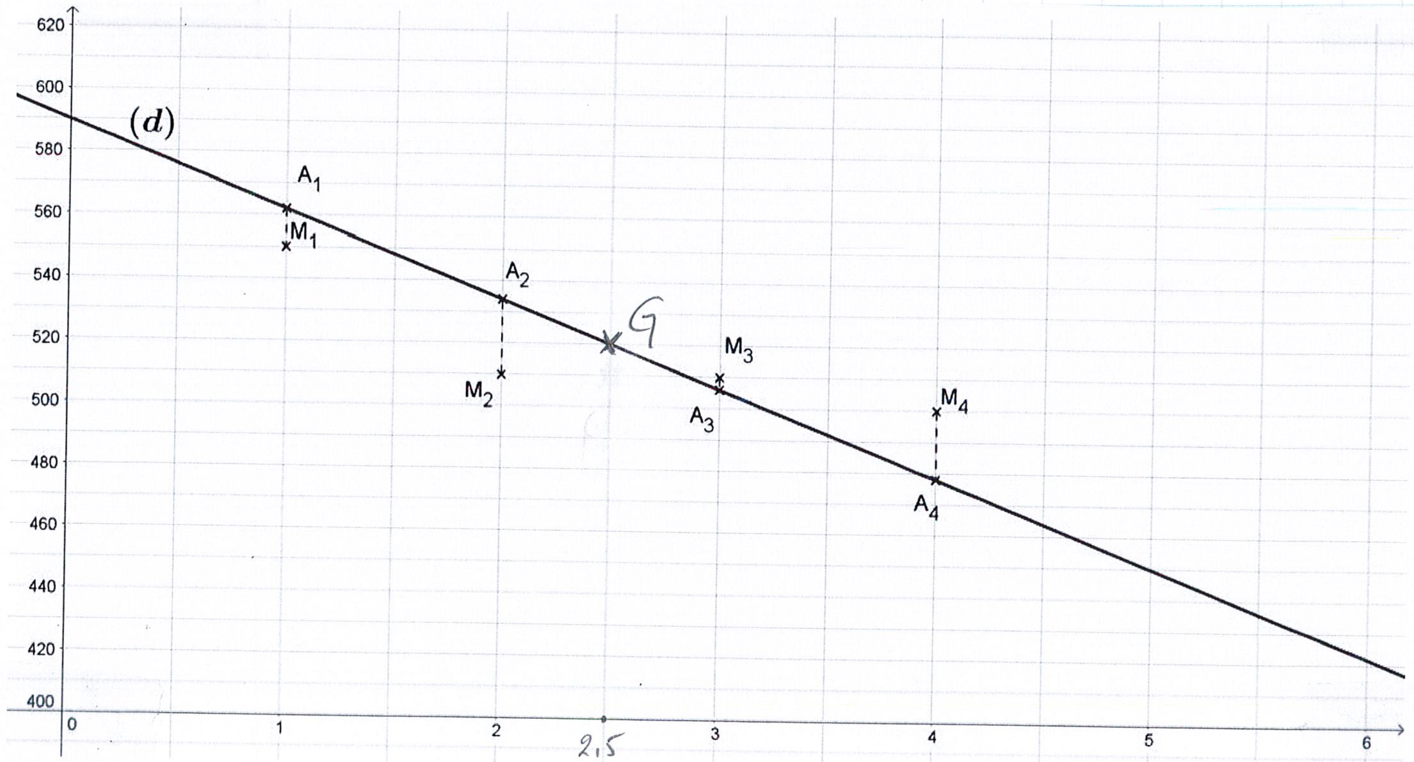
x_i	y_i	$x_i - \bar{x}$	$y_i - \bar{y}$	$(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(y_i - \bar{y})^2$
1	580	$-1,5$	60	-90	2,25	3600
2	510	$-0,5$	-10	5	0,25	100
3	500	0,5	-20	-10	0,25	400
4	490	1,5	-30	-45	2,25	900
			Total	-140	5	5000

3) a) $V(x) = \frac{1}{4} \times 5$ $\boxed{V(x) = 1,25}$ $\boxed{\sigma(x) = \sqrt{1,25}}$

b) $V(y) = \frac{1}{4} \times 5000$ $\boxed{V(y) = 1250}$ $\boxed{\sigma(y) = \sqrt{1250}}$

c) $\operatorname{cov}(x;y) = \frac{1}{4} \times (-140) = \frac{-140}{4}$ $\boxed{\operatorname{cov}(x;y) = -35}$

4)



b) (d) a pour équation $y = a(x - \bar{x}) + \bar{y}$

$$a = \frac{cov(x;y)}{V(x)} = \frac{-35}{1,25} = -28$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x} = 520 - (-28) \times 2,5 = 520 + 28 \times 2,5 = 590.$$

$$\boxed{(d) : y = -28x + 590}$$

c) Pour l'année 2027, $x = 6$

Donc $y = -28 \times 6 + 590 = 422$

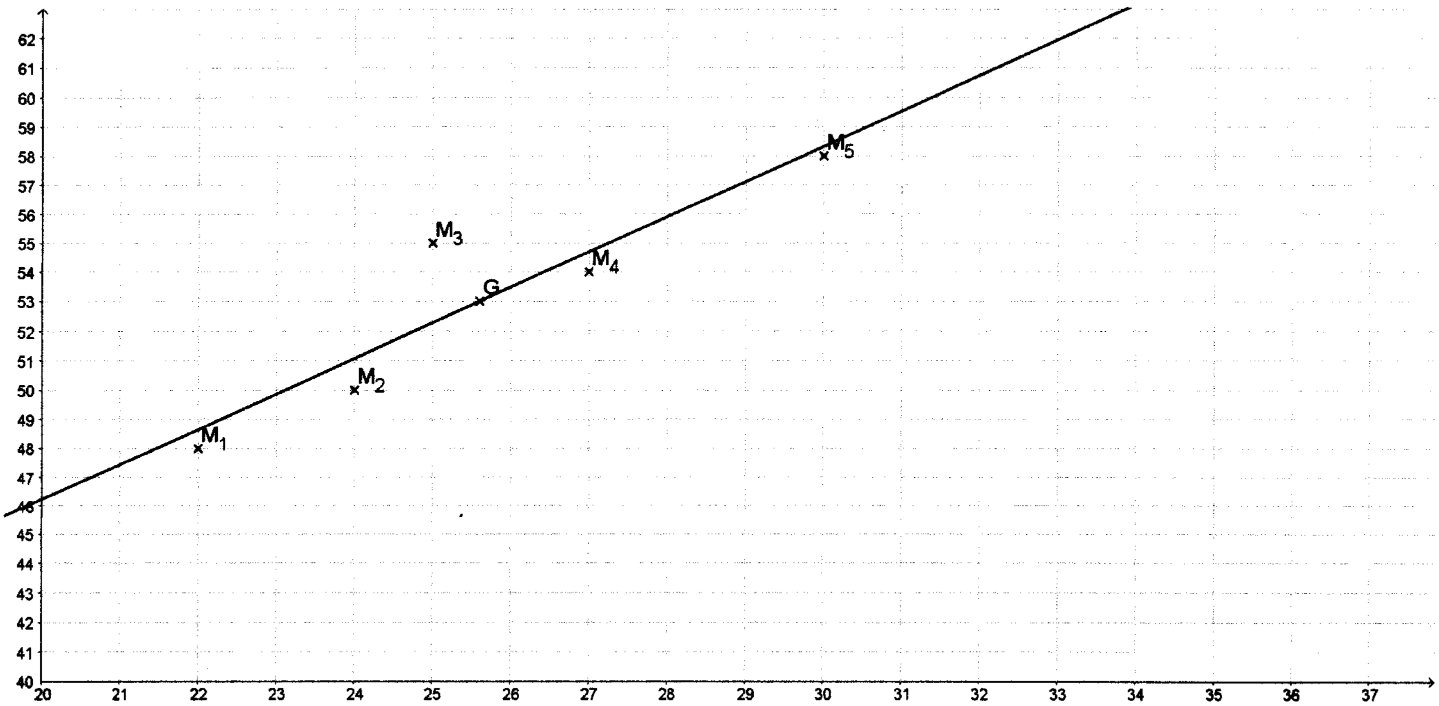
| En 2027 le chiffre d'affaires est estimé à 422000 € |

Exercice 6

1) $\bar{x} = \dfrac{22+24+25+27+30}{5} = 25,6$

$\bar{y} = \dfrac{48+50+55+54+58}{5} = 53$

$\boxed{G(25,6\ ;\ 53)}$



2)

x_i	y_i	$x_i - \overline{x}$	$y_i - \overline{y}$	$(x_i - \overline{x})(y_i - \overline{y})$	$(x_i - \overline{x})^2$	$(y_i - \overline{y})^2$
22	48	-3,6	-5	18	12,96	Inutile
24	50	-1,6	-3	4,8	2,56	
25	55	-0,6	2	-1,2	0,36	
27	54	1,4	1	1,4	1,96	
30	58	4,4	5	22	19,36	
			Total	45	37,2	

$\text{cov}(x, y) = \frac{1}{5} \times 45 = 9$ $\qquad V(x) = \frac{1}{5} \times 37,2 = 7,44$

(d) a pour équation $y = ax + b$ avec $a = \dfrac{\text{cov}(x;y)}{V(x)}$ et $b = \bar{y} - a\bar{x}$

Donc $a = \dfrac{9}{7,44} \approx 1,21$

$b \approx 53 - 1,21 \times 25,6 \approx 22,02$ $\qquad \boxed{(d) : y = 1,21x + 22,02}$

3) Voir ci-dessus

4) Si $x = 28$ alors $y = 1,21 \times 28 + 22,02 \approx 56$

Pour 28000 € de frais de publicité, le taux d'occupation sera d'environ 56 %

Exercice 7

1)

Données Graphique Stats

Moyenne	7,5	30,35
Somme	90	364.2
mme des carrés	878	11054.86
Ecart type	4.112988	0.340343
Variance	16,91667	0,1158..
mbre de points		[redacted]
Covariance		1,36667

(d) : $y = ax + b$ avec $a = \dfrac{cov(x,y)}{V(x)}$ et $b = \bar{y} - a\bar{x}$

$a \approx \dfrac{1,36667}{19,91667} \approx 0,08$

$b \approx 30,35 - 0,08 \times 7,5 \approx 29,75$

$\boxed{y = 0,08x + 29,75}$

2) a) Si $y = 32$ alors $32 = 0,08x + 29,75$

$0,08x = 32 - 29,75$ donc $x = \dfrac{32 - 29,75}{0,08} \approx 28,1$

$x = 29$ correspond à 2033

L'âge moyen pourrait dépasser 32 ans en 2033 environ

b) 2020 correspond à $x = 11$

$y = 0,08 \times 11 + 29,75 \approx 30,6$

En 2020, l'âge moyen des femmes ayant accouché devrait être d'environ 30,6 ans

Exercice 8

1) Dans l'exercice 5, on avait trouvé

$cov(x; y) = -35$ $\sigma(x) = \sqrt{1,25}$ $\sigma(y) = \sqrt{1250}$

Donc $r = \dfrac{-35}{\sqrt{1,25}\ \sqrt{1250}}$ $\boxed{r \simeq -0,88}$

2) Dans l'exercice 5, l'ajustement linéaire n'était pas judicieux

Exercice 9

1) A la calculatrice

$$\boxed{\begin{array}{llll} cov(h;t) = -2112 & V(h) = 320000 & \text{donc} & \sigma(h) \approx 565{,}7 \\ & V(t) \approx 14 & \text{donc} & \sigma(t) \approx 3{,}74 \end{array}}$$

2) $r = \dfrac{cov(h;t)}{\sigma(h) \times \sigma(t)}$ $\boxed{r \approx -0{,}998}$

3). r est proche de -1 donc un ajustement affine est judicieux.

• On cherche à exprimer t en fonction de h

Donc $t = ah + b$ avec $a = \dfrac{cov(t;h)}{V(h)}$

• $a \approx \dfrac{-2112}{320000} \approx -0{,}007$

• $\bar{h} = 1200$ $\bar{t} = 3{,}12$

$b = \bar{t} - a\bar{h} \approx 3{,}12 - (-0{,}007) \times 1200 \approx 11{,}52$

$$\boxed{t = -0{,}007h + 11{,}52}$$

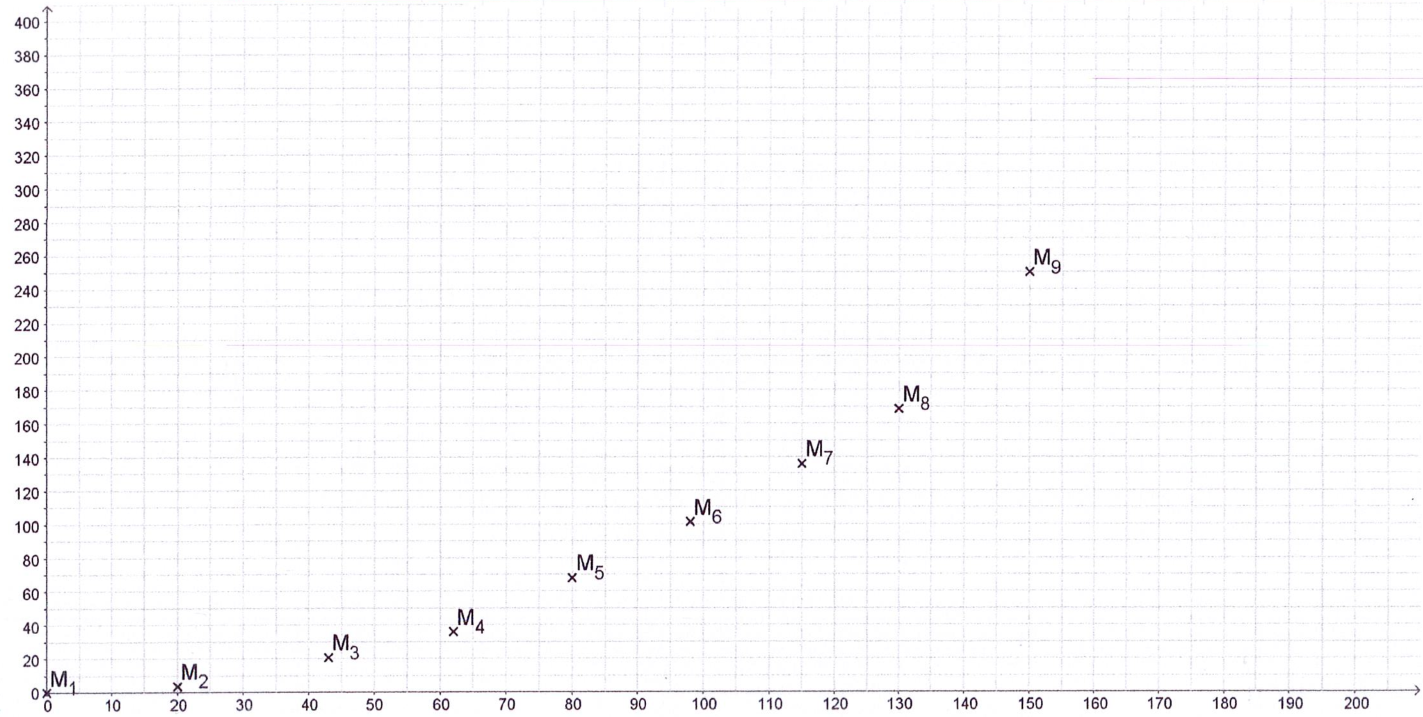
4) Si $h = 2500$ alors $t \approx -0{,}007 \times 2500 + 11{,}52 \approx -6$.

A 2500 m, la température devrait être de $-6°C$ environ.

Exercice 10

1) A la calculatrice $\boxed{r_1 \approx 0,955 \text{. Un ajustement affine n'est pas très judicieux}}$

2)



3) a)

$x_i = (v_i)^2$	0	400	1849	3844	6400	13225	16900	22500
d_i	0	3,5	20,5	35,9	67,8	135,8	168,5	250

b) A la calculatrice $\boxed{r_2 \approx 0,998}$

c) A la calculatrice $\boxed{d = 0,01x - 2,19}$

4) a) Comme $x = v^2$, $\boxed{d = 0,01v^2 - 2,19}$

b) Si $v = 180$ alors $d = 0,01 \times 180^2 - 2,19 \approx 322$.

$\boxed{\text{A 180 km h}^{-1}\text{, il faut environ 322 m pour s'arrêter}}$

c) Si $d = 80$ alors $0,01v^2 - 2,19 = 80 \iff 0,01v^2 = 82,19$

$\iff v^2 = \dfrac{82,19}{0,01}$ donc $v = \sqrt{\dfrac{82,19}{0,01}} \approx 90$

$\boxed{\text{Pour une distance d'arrêt de 80 m, la vitesse est d'environ 90 km h}^{-1}}$

Exercice 11

1) $\boxed{\text{A la calculatrice } r \approx 0,96 \text{ Donc un ajustement linéaire est judicieux}}$

2 a)

$z_i = \ln(x_i)$	0	0,693	1,099	1,386	1,609	1,792	1,946	2,079
y_i	160	240	315	361	412	435	451	470

b) A la calculatrice $\boxed{r' \approx 0,996}$

r' est plus proche de 1 que r le responsable du site a eu raison de faire ce choix de changement de variable.

c) A la calculatrice $\boxed{y = 156,03\, z + 148,67}$

d) Comme $z = \ln x$, $\boxed{y = 156,03 \times \ln x + 148,67}$

e) Si $x = 10$, $y = 156,03 \times \ln 10 + 148,67 \approx 508$

Il y aura environ 508 000 pages visitées la 10^e semaine

f) On veut que $y > 600 \iff 156,03 \ln x + 148,67 > 600$

$\iff 156,03 \ln x > 451,33 \iff \ln x > \dfrac{451,33}{156,03}$

$\iff x > e^{\frac{451,33}{156,03}}$ $(\approx 18,04)$.

Il faut attendre la 19^e semaine pour que le nombre de pages visitées soit supérieur à 600000

Exercice 12

1) A la calculatrice $r \approx -0,87$

Un ajustement linéaire n'est pas judicieux

2) a)

Valeurs x_i	2	3	4	5
Valeurs $z_i = \frac{1}{y_i}$	2,5	6,25	8	10

b) A la calculatrice $\boxed{r' \approx 0,983}$

c) A la calculatrice $\boxed{z = 2,425x - 1,8}$

d) Comme $z = \frac{1}{y}$ on a $\frac{1}{y} = 2,425x - 1,8$

Donc $\boxed{y = \frac{1}{2,425x - 1,8}}$

e) Si $x = 1$ $y = \frac{1}{2,425 \times 1 - 1,8} = \frac{1}{0,625} = 1,6$

$\boxed{\text{Donc si } x = 1 \text{ alors } y = 1,6}$