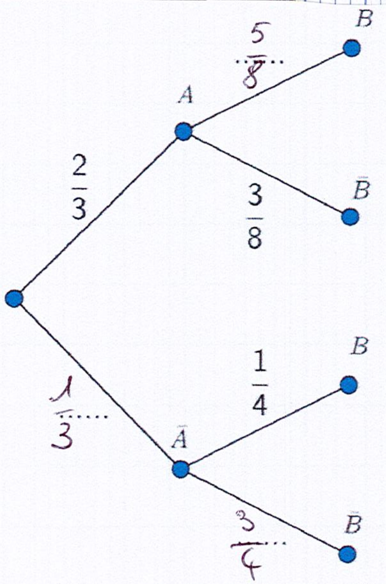
Maths Complémentaires

DS4 - Corrigé

$\frac{1}{4}$

Exercice 1 :

Considérons l'arbre pondéré ci-contre.



1) Compléter les pointillés.

2) Calculer ci dessous la probabilité $p(A \cap B)$.

$p(A \cap B) = \frac{2}{3} \times \frac{5}{8} = \frac{10}{24} = \frac{5}{12}$

3) Calculer ci-dessous la probabilité $p(B)$.

$p(B) = p(A \cap B) + p(\bar{A} \cap B)$

$= \frac{5}{12} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{5}{12} + \frac{1}{12} = \frac{6}{12}$

$p(B) = \frac{1}{2}$

4) Calculer ci-dessous la probabilité $p_B(A)$.

$p_B(A) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)} = \frac{\frac{5}{12}}{\frac{1}{2}} = \frac{5}{12} \times \frac{2}{1}$

$p_B(A) = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$

5) A et B sont ils indépendants ? Justifier.

$p_B(A) = \frac{5}{6}$

$p(A) = \frac{2}{3}$

$p_B(A) \neq p(A)$ donc A et B ne sont pas indépendants

Exercice 2 :

Soit Y une variable aléatoire qui suit la loi binomiale de paramètres 12 et $\frac{3}{4}$.

1) Combien vaut l'espérance de Y ? $E(Y) = 9$

$12 \times \frac{3}{4} = \frac{3 \times 4 \times 3}{4} = 9$

2) Combien vaut la variance de Y ? $V(Y) = \frac{9}{4}$

$V(Y) = 12 \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{4} = 9 \times \frac{1}{4} = \frac{9}{4}$

3) Combien vaut l'écart type de Y ? $\sigma(Y) = \frac{3}{2}$

$\sigma(Y) = \sqrt{V(Y)} = \frac{3}{2}$

4) Parmi les quatre propositions ci-dessous, cocher la seule qui est égale à la probabilité $p(Y=5)$.

☐ $\binom{5}{12}\left(\frac{3}{4}\right)^5\left(\frac{1}{4}\right)^7$	☐ $\binom{12}{5}\left(\frac{3}{4}\right)^5$	☒ $\binom{12}{5}\left(\frac{3}{4}\right)^5\left(\frac{1}{4}\right)^7$	☐ $\left(\frac{3}{4}\right)^5$

5) Parmi les quatre propositions ci-dessous, cocher la seule qui est égale à la probabilité $p(Y \geqslant 1)$.

☐ $\binom{12}{1}\left(\frac{3}{4}\right)^1\left(\frac{1}{4}\right)^{11}$	☒ $1-\left(\frac{1}{4}\right)^{12}$	☐ $1-\left(\frac{3}{4}\right)^{12}$	☐ $\left(\frac{1}{4}\right)^{12}$

6) Parmi les quatre propositions ci-dessous, cocher la seule qui est égale à la probabilité $p(Y \geqslant 3)$.

☐ $1-p(Y \leqslant 3)$	☒ $1-p(Y \leqslant 2)$	☐ $1-p(Y \leqslant 4)$	☐ $1-p(Y=2)$

2/4

Exercice 3 :

Une boulangerie propose des brioches pouvant être recouverte de sucre et/ou pouvant contenir du chocolat. Le tableau croisé ci-dessous donne la répartition incomplète des quatre types de brioches proposées un jour donné.

	S	$\overline{S}$	**Total**
C	20	5	25
$\overline{C}$	10	15	25
Total	30	20	50

On choisit une brioche au hasard et on considère les événements suivants :

S : la brioche est recouverte de sucre	**C : la brioche contient du chocolat**

Parmi les propositions suivantes, une seule est correcte. Cocher la seule proposition qui est correcte. (*aucune justification n'est demandée*).

1) $p_S(C)$ représente la probabilité qu'une brioche :

☐ soit recouverte de sucre et contienne du chocolat	☐ contenant du chocolat soit recouverte de sucre
☐ contienne du chocolat ou soit recouverte de sucre	☒ étant recouverte de sucre contienne du chocolat

2) La probabilité qu'une brioche soit recouverte de grains de sucre mais ne contienne pas de chocolat est :

☒ $p(S\cap\overline{C})$	☐ $p(S)$	☐ $p_{\overline{C}}(S)$	☐ $p_S(\overline{C})$

3) La probabilité $p_C(S)$ est égale à :

☐ $\frac{2}{5}$	☐ $\frac{3}{5}$	☒ $\frac{4}{5}$	☐ $\frac{2}{3}$

Exercice 4 (à faire sur la feuille d'énoncé) :

Soit X la variable aléatoire dont la loi de probabilités est donnée ci-dessous.

x	2	5	10
$p(X=x)$	0,5	0.4	0,1

1) Compléter la probabilité manquante dans le tableau.

2) Combien vaut l'espérance de X ? $\boxed{E(X)=...4..}$

Détail du calcul :

$E(x) = 2\times0,5 + 5\times0,4 + 10\times0,1 = 4$

3) Combien vaut la variance de X ? $\boxed{V(X)=.6...}$

Détail du calcul :

$V(x) = 2^2\times0,5 + 5^2\times0,4 + 10^2\times0,1 - 4^2$

$V(x) = 6$

4) Combien vaut l'écart type de X ? $\boxed{\sigma(X)=..\sqrt{6}}$

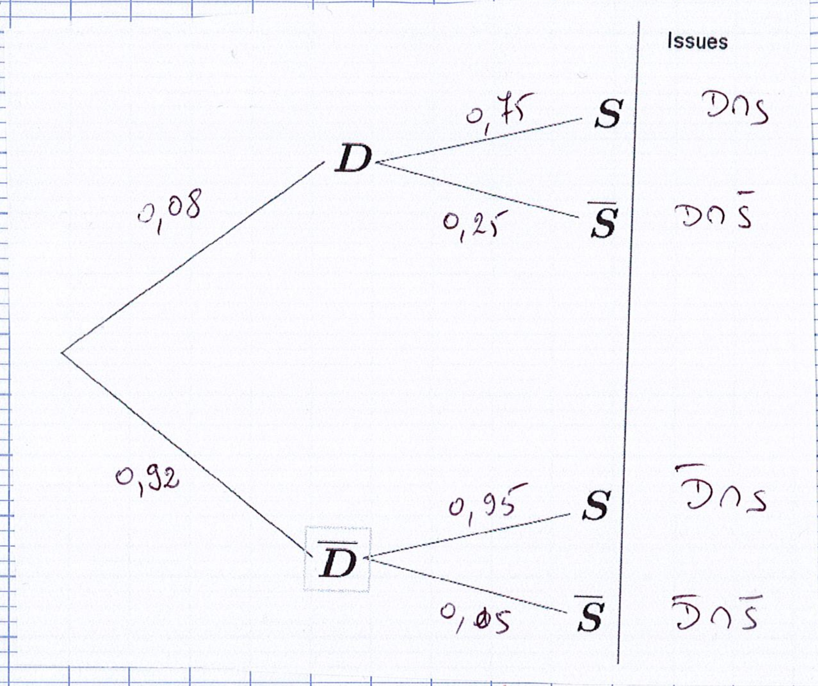
Détail du calcul :

$V(x) = \sqrt{V(x)} = \sqrt{6}$

$\frac{3}{4}$

Exercice 5

1)



2) a) $p(S) = p(D \cap S) + p(\overline{D} \cap S)$

$= 0{,}08 \times 0{,}75 + 0{,}92 \times 0{,}95 = 0{,}934$ $\boxed{p(S) = 0{,}934}$

b) $\boxed{\text{93,4\% des jouets réussissent le test de solidité}}$

3) On cherche $p_S(\overline{D})$

$p_S(\overline{D}) = \dfrac{p(S \cap \overline{D})}{p(S)} = \dfrac{0{,}92 \times 0{,}95}{0{,}934} \approx 0{,}936$

$\boxed{p_S(\overline{D}) \approx 0{,}936}$

4) a) $p(B=0) = p(\overline{S}) = 1 - 0{,}934 = 0{,}066$ $\boxed{p(B=0) = 0{,}066}$

b) $E(B) = 0 \times 0{,}066 + 5 \times 0{,}06 + 10 \times 0{,}874$

$E(B) = 9{,}04$

Le bénéfice moyen par objet est de 9,04 €

4/4

$100 \times 9,04 = 904$.

Donc, pour 100 objets fabriqués, le bénéfice estimé est de 904 €

6) a) On cherche $p(X=2)$

$$p(X=2) = \binom{10}{2} \times 0,08^2 \times 0,92^8$$

$$p(X=2) = 45 \times 0,08^2 \times 0,92^8$$

$$p(X=2) \approx 0,148$$

b) On cherche $p(X \geq 1)$

$$p(X \geq 1) = 1 - p(X=0) = 1 - \binom{10}{0} \times 0,08^0 \times 0,92^{10}.$$

$$p(X \geq 1) = 1 - 0,92^{10}$$

$$p(X \geq 1) \approx 0,566$$

c) A la calculatrice $p(2 \leq X \leq 5) \approx 0,188$

7) $p(X \geq 1) = 1 - 0,92^n$

On veut que $1 - 0,92^n > 0,9$

A la calculatrice $1 - 0,92^{27} \approx 0,895 < 0,9$

$1 - 0,92^{28} \approx 0,903 > 0,9$

Il faut donc prélever au moins 28 objets