

Objectif n° 1 : Découverte de la fonction logarithme népérien

Pour rappel, voici les principaux résultats concernant la fonction exponentielle vus en classe de 1^{ère}

Définitions- Propriétés

La fonction exponentielle, notée *exp*, est l'unique fonction définie et dérivable sur \mathbb{R} , vérifiant : $exp(0) = 1$ et $(exp)' = exp$.

Pour tout réel x , **$exp(x)$ se note e^x** et on a donc, par définition : **$e^0 = 1$ et $(e^x)' = e^x$**

Par définition **e^1 se note e** . On a donc **$e^1 = e$** (une valeur approchée au millième de e est 2,718)

On admet que, pour tout x réel, **$e^x > 0$**

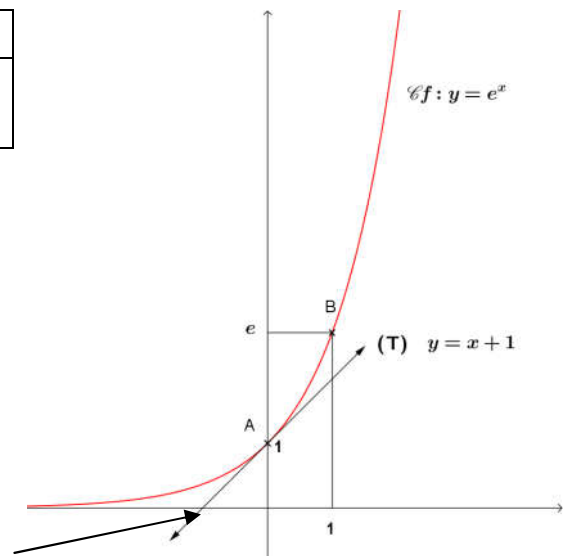
Tableau de signe de e^x

x	$-\infty$	$+\infty$
Signe de e^x	+	

Tableau de variations de e^x

x	$-\infty$	$+\infty$
Variations de e^x	↗	

Courbe représentative de e^x



$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$ cela signifie que la courbe représentative de la fonction exponentielle se rapproche "aussi près que l'on veut" de la droite d'équation $y = 0$ (l'axe des abscisses) au voisinage de $-\infty$. On dit que **l'axe des abscisse est une asymptote horizontale** à la courbe représentative de la fonction exponentielle au voisinage de $-\infty$.

$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$ (pas d'interprétation graphique)

La tangente (T) au point d'abscisse 0 a pour équation $y = x + 1$

Propriétés algébriques de l'exponentielle : pour tous réels x et y et pour tout entier naturel n :

$e^{x+y} = e^x \times e^y$	$e^{x-y} = \frac{e^x}{e^y}$	$e^{-x} = \frac{1}{e^x}$	$e^{nx} = (e^x)^n$
----------------------------	-----------------------------	--------------------------	--------------------

Exercice 1 :

1. Considérons l'équation $e^x = -3$. Expliquer pourquoi cette équation n'admet pas de solution dans \mathbb{R} .
2. Considérons l'équation $e^x = 1$. Quelle est la solution de cette équation ?
3. Considérons l'équation $e^x = 5$. En utilisant la représentation graphique de la fonction *exp*, conjecturer le nombre de solutions de cette équation.
A la calculatrice, déterminer un encadrement de la (les) solution(s) de cette équation à 10^{-3} près.

En fait, la solution de l'équation $e^x = 5$ se note **$\ln(5)$** (on lira « **logarithme népérien de 5** »).
La touche **\ln** de la calculatrice permet d'obtenir une valeur approchée de $\ln(5)$; vérifier la cohérence de l'encadrement trouvé précédemment avec la valeur de $\ln(5)$ obtenue à la calculatrice.

4. Soit k une constante réelle quelconque.
Préciser, en fonction de k , le nombre de solutions de l'équation $e^x = k$.

5. D'après la question précédente, si k est strictement positif, l'équation $e^x = k$ admet une unique solution.

On va nommer **ln (k)** cette solution. Par définition, on a alors : $e^{\ln(k)} = k$.

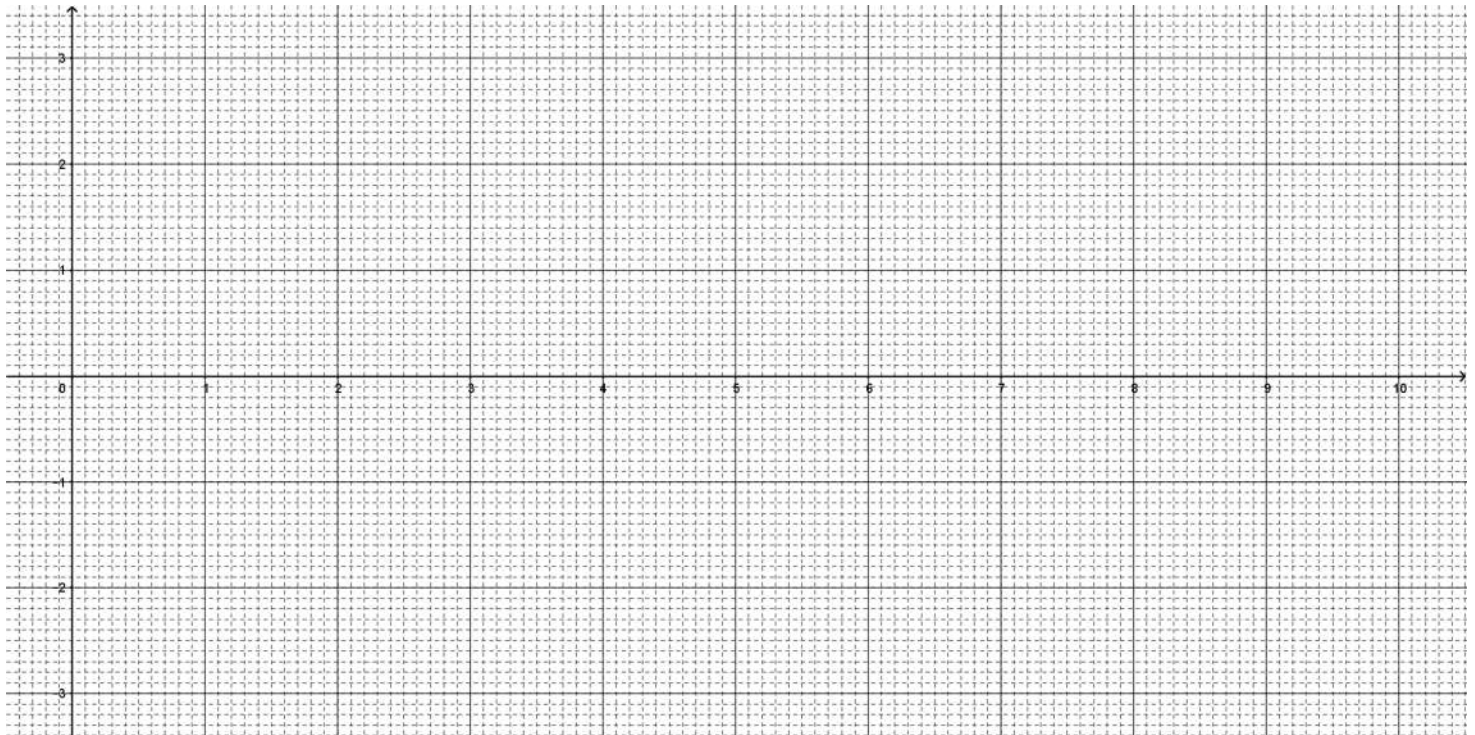
A l'aide de la calculatrice, déterminer la valeur arrondie à 10^{-1} près de $\ln(x)$ pour les valeurs de x indiquées ci-dessous.

x	0,1	0,5	1	2	3	4	5	7	10
$\ln(x)$									

6. On peut ainsi définir une nouvelle fonction, appelée **fonction logarithme népérien (fonction ln en abrégé)** qui a tout

réel x strictement positif associe le réel $\ln(x)$: $x \xrightarrow{\ln} \ln(x)$

A l'aide du tableau de valeurs précédent, esquissez ci-dessous la représentation graphique de la fonction **ln**.



Définition 1

Pour tout réel x strictement positif il existe un unique réel, noté $\ln(x)$, tel que $e^{\ln(x)} = x$.
 La fonction qui a tout réel x strictement positif associe $\ln(x)$ s'appelle la fonction logarithme népérien et se note en abrégé **ln**. Ainsi, la fonction ln est définie sur $]0 ; +\infty[$ par : $x \rightarrow \ln(x)$

Remarques :

1. On notera souvent $\ln x$ à la place de $\ln(x)$
2. D'après la définition précédente, pour que $\ln x$ existe, il faut que x soit
3. On sait que : $e^0 = \dots$; on en déduit $\ln 1 = \dots$; de même $e^1 = \dots$ donc $\ln \dots = \dots$.

Exercice 2 : Compléter le tableau suivant :

x	- 10	- 0,1	0	0,1	0,8	1	2	2,5	10	100	200	1000
$\ln e^x$												

Quelle conjecture pouvez-vous faire ?

On admet que la conjecture précédente est vraie pour tout x réel.

En regroupant le résultat obtenu dans l'exercice 2 et la définition 1 vue précédemment, on obtient :

Propriété 2

- * pour tout réel x , on a : $\ln e^x = x$
- * pour tout réel x strictement positif, $e^{\ln x} = x$

Exercice 3 : sans utiliser la calculatrice, donner, lorsque c'est possible, la valeur exacte de chacun des nombres ci-dessous.
Si c'est impossible, expliquer pourquoi.

$\ln(e^2)$	$\ln(e^{-3})$	$e^{\ln-3}$	$e^{\ln 6}$	$\ln(e^{2\pi})$	$e^{\ln(\pi-4)}$	$e^{\ln\sqrt{5}}$
------------	---------------	-------------	-------------	-----------------	------------------	-------------------

Vérifier les résultats obtenus à l'aide de la calculatrice.

Exercice 4 :

En utilisant les deux exemples corrigés, résoudre les équations proposées :

<p><i>Exemple résolu n° 1 : Résoudre l'équation $e^x = 3$.</i> En "appliquant" la fonction logarithme aux 2 membres de cette équation, il vient : $\ln(e^x) = \ln 3$ soit $x = \ln 3$ L'équation $e^x = 3$ possède donc une solution : le nombre $\ln 3$</p>	<p><i>Exemple résolu n° 1 : Résoudre l'équation $\ln x = 7$.</i> En "appliquant" la fonction exponentielle aux 2 membres de cette équation, il vient : $\exp(\ln x) = \exp(7)$ soit $x = e^7$ L'équation $\ln x = 7$ possède donc une solution : le nombre e^7</p>		
1. $e^x = 10$	2. $\ln x = 12$	3. $e^x = -5$	4. $\ln x = -5$

Exercice 5 :

1. Résoudre chacune des équations ci-dessous, d'inconnue x et donner son ensemble de solutions.

a. $5e^x - 2 = 0$	b. $2e^{x+1} - 1 = 0$	c. $(e^x - 5)(2e^x - 1) = 0$
d. $\ln(x+7) = -2$	e. $5 - 2\ln(x-3) = 0$	f. $\ln\left(\frac{3x+1}{x}\right) = 0$

2. Résoudre chacune des inéquations ci-dessous, d'inconnue x et donner son ensemble de solutions.

a. $4 - 3e^x < 0$	b. $(e^x - 1)(3 - 2e^x) \leq 0$	c. $(e^x - 2)(3 + 2e^x) > 0$
--------------------------	--	-------------------------------------

Exercice 6 : étude de la fonction ln

Soit f la fonction définie par $f(x) = \ln x$. On note \mathcal{C}_f sa représentation graphique.

1. Préciser l'ensemble de définition de f .

2. On admet le résultat ci-contre :

Propriété 4

La fonction \ln est dérivable sur $]0; +\infty[$ et on a : pour tout $x > 0$: $(\ln x)' = \frac{1}{x}$

Dresser le tableau de variations de f .

3. a. On souhaiterait savoir si, pour un réel x convenablement choisi, $\ln x$ peut être supérieur à 100. Pour cela, considérons l'inéquation $\ln x \geq 100$.

Appliquer la fonction exponentielle aux deux membres de cette inégalité et répondre au problème posé.

b. Peut-on avoir $\ln x \geq 1\,000\,000$?

Les deux résultats précédents laissent supposer que à condition de choisir x suffisamment grand, $\ln x$ peut être rendu aussi grand que l'on veut. On dit que $\ln x$ tend vers lorsque x tend vers et on note :

$$\lim_{x \rightarrow \dots} \ln x = \dots$$

4. a. On souhaiterait maintenant savoir comment se comporte $\ln x$ lorsque x se rapproche de 0.

Pour cela, considérons un réel x (strictement positif) tel que $x < e^{-10}$

Appliquer la fonction \ln aux deux membres de cette inégalité. Que pouvez-vous en déduire pour la valeur de $\ln x$?

b. Si maintenant, on considère un réel un réel x (strictement positif) tel que $x < e^{-1000}$, en raisonnant comme au a., que pouvez-vous en déduire pour la valeur de $\ln x$?

c. Comment peut-on choisir x pour que $\ln x < -1\,000\,000$?

Les trois résultats précédents laissent supposer que :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \ln x = \dots$$

5. Placer les deux limites obtenues aux questions 3 et 4 dans le tableau de variations de la fonction \ln (question 2) et vérifier la cohérence des résultats obtenus.

6. Préciser la valeur exacte de $f(1)$. En déduire le signe de f sur $]0 ; +\infty[$ (on dressera le tableau de signes).

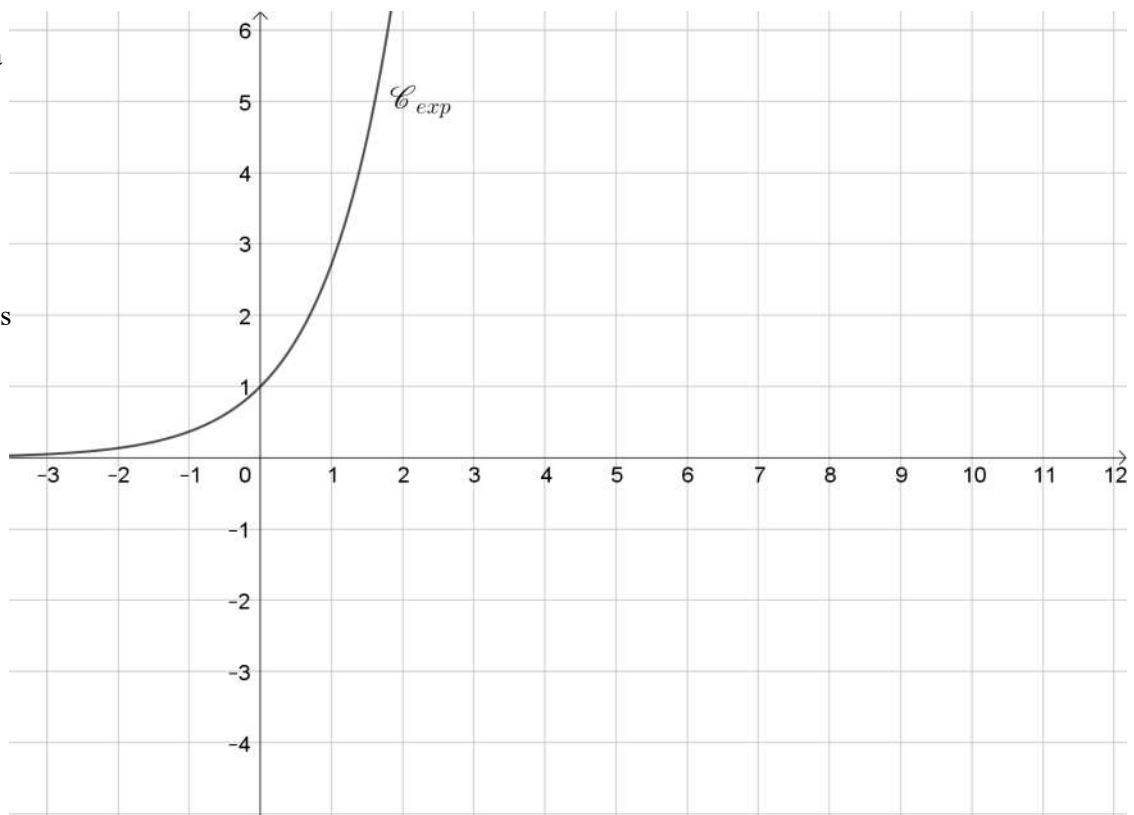
7. Déterminer l'équation réduite de la tangente T à \mathcal{C}_{\ln} au point d'abscisse 1.

8. a. On rappelle que : $\ln 1 = \dots$ et que $\ln e = \dots$ donc les points $A (\dots ; \dots)$ et $B (\dots ; \dots)$ appartiennent à \mathcal{C}_{\ln} .

b. On a tracé, ci-contre, la représentation graphique de la fonction "exponentielle".

Tracer, dans ce repère, la courbe \mathcal{C}_{\ln} .

Quelle remarque pouvez-vous faire entre les courbes \mathcal{C}_{exp} et \mathcal{C}_{\ln} ?



A retenir

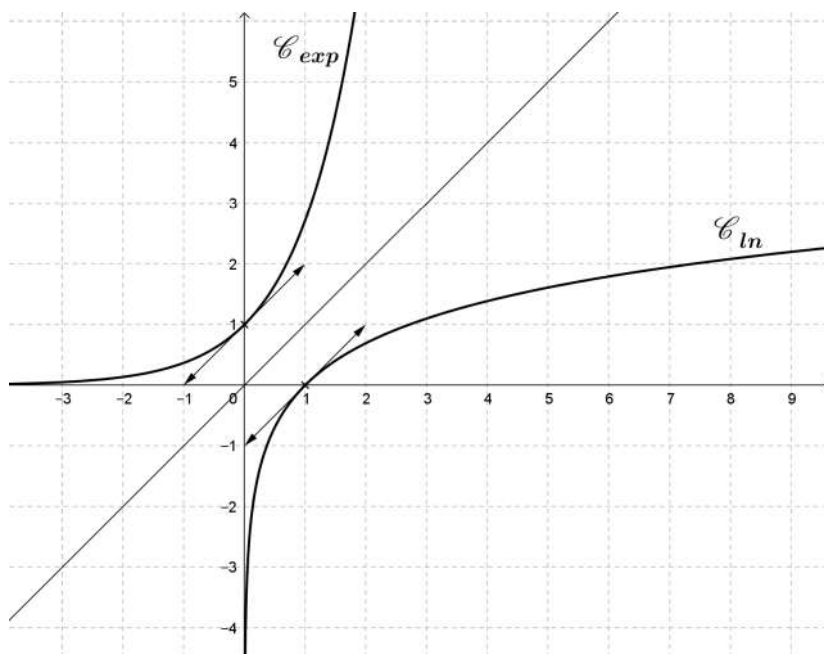
- Pour que $\ln x$ existe, il faut que $x > 0$
- Pour tout $x > 0$, la dérivée de $\ln x$ est $\frac{1}{x}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \ln x = -\infty$ (l'axe des ordonnées est asymptote verticale à \mathcal{C}_{\ln}) et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x = +\infty$
- la tangente à \mathcal{C}_{\ln} au point d'abscisse 1 a pour équation $y = x - 1$.
- Tableau de variations de la fonction ln :
- Tableau de signe de la fonction ln :

x	0	$+\infty$
Signe de $(\ln x)' = \frac{1}{x}$		+
Variations de ln		$-\infty \nearrow +\infty$

On sait que $\ln 1 = 0$, donc avec l'aide du tableau de variations ci-contre, on peut dresser le tableau de signe de ln :

x	0	1	$+\infty$	
Variations de ln		$-\infty \nearrow +\infty$		
Signe de ln		-	0	+

- Représentation graphique : les courbes \mathcal{C}_{exp} et \mathcal{C}_{\ln} sont symétriques par rapport à la droite d'équation $y = x$.



Objectif n° 2 : Propriétés algébriques de la fonction ln

Exercice 7 :

1. Faire afficher des tableaux de valeurs pour les fonctions f et g définies sur $]0 ; +\infty[$ par :

$$f(x) = \ln\left(\frac{1}{x}\right) \text{ et } g(x) = \ln x. \text{ Conjecture : } \dots\dots\dots$$

2. Faire afficher des tableaux de valeurs pour les fonctions f et g définies sur $]0 ; +\infty[$ par :

$$f(x) = \ln(\sqrt{x}) \text{ et } g(x) = \ln x. \text{ Conjecture : } \dots\dots\dots$$

On admet que les conjectures vues ci-dessus sont vraies et on a alors :

Propriété 5

Pour tout $x > 0$:	Pour tout $x > 0$,
$\ln\left(\frac{1}{x}\right) =$	$\ln(\sqrt{x}) =$

Exercice 8 :

Adrien a utilisé sa calculatrice pour déterminer des valeurs arrondies de certains logarithmes.

Voici les résultats obtenus :

$\ln(5) \approx 1.609$
$\ln(3) \approx 1.099$
$\ln(8) \approx 2.079$
$\ln(15) \approx 2.708$
$\ln(2) \approx 0.693$

1. Voici 3 affirmations :

P_1 : " Pour tous réels a et b strictement positifs, $\ln(a + b)$ et $\ln(a) + \ln(b)$ sont égaux "

P_2 : " Pour tous réels a et b strictement positifs, $\ln(a - b)$ et $\ln(a) - \ln(b)$ sont égaux "

P_3 : " Pour tous réels a et b strictement positifs, $\ln(a \times b)$ et $\ln(a) \times \ln(b)$ sont égaux "

Que pensez-vous de ces 3 affirmations ? Justifier (calculatrice autorisée mais seulement les touches d'opérations)

2. En utilisant les valeurs approchées obtenues ci-dessus, comparez $\ln 15$ et $\ln 3 + \ln 5$

3. On admet que $\ln 15$ et $\ln 3 + \ln 5$ sont effectivement égaux ($\ln 15 = \ln 3 + \ln 5$). On peut donc écrire $\ln(3 \times 5) = \ln 3 + \ln 5$.

Le résultat précédent se généralise et on peut alors écrire : $\ln(a \times b) = \ln a + \ln b$ (pour a et b deux réels strictement positifs)

Dans chacune des lignes suivantes, cocher la réponse correcte (calculatrice interdite):

<input type="checkbox"/> $\ln 2 + \ln 3 = \ln 5$	<input type="checkbox"/> $\ln 2 \times \ln 3 = \ln 6$	<input type="checkbox"/> $\ln 3 + \ln 2 = \ln 6$	<input type="checkbox"/> $\ln 2 \times \ln 3 = \ln 5$
<input type="checkbox"/> $\ln 10 + \ln 2 = \ln 20$	<input type="checkbox"/> $\ln 10 \times \ln 2 = \ln 20$	<input type="checkbox"/> $\ln 10 \times \ln 2 = \ln 100$	<input type="checkbox"/> $\ln 10 + \ln 2 = \ln 12$
<input type="checkbox"/> $\ln 2 + \ln 3 + \ln 4 = \ln 9$	<input type="checkbox"/> $\ln 2 \times \ln 3 \times \ln 4 = \ln 24$	<input type="checkbox"/> $\ln 2 + \ln 3 + \ln 4 = \ln 24$	<input type="checkbox"/> Aucune des réponses précédentes

4. On a vu à la question 3 que $\ln(a \times b) = \ln a + \ln b$.

En remplaçant b par $\frac{1}{b}$, on obtient alors : $\ln\left(a \times \frac{1}{b}\right) = \ln a + \ln \frac{1}{b}$ et comme $\ln \frac{1}{b} = -\ln b$ (propriété 5) on en déduit

$$\ln\left(a \times \frac{1}{b}\right) = \ln a - \ln b \text{ c'est-à-dire } \ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$$

Ecrire plus simplement les expressions suivantes :

$A = \ln 100 - \ln 50$	$B = \ln 4 + \ln 3 - \ln 6$	$C = \ln (17^2) - \ln 34$	$D = \ln 7 - \ln 3 + \ln 12 - \ln 21$
------------------------	-----------------------------	---------------------------	---------------------------------------

On obtient alors les propriétés suivantes :

Propriétés 6

- a et b étant des réels strictement positifs : $\ln (a \times b) = \ln a + \ln b$
On dit qu'un logarithme transforme " un produit en une somme "
- a et b étant des réels strictement positifs : $\ln \left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$
On dit qu'un logarithme transforme " un quotient en une différence "

Exercice 9 :

On vient de voir que : si a et b sont des réels strictement positifs, alors $\ln (a \times b) = \ln (a) + \ln (b)$

A l'aide du résultat ci-dessus, complète :

si a est un nombre strictement positif : $\ln (a \times a) = \dots\dots\dots$ c'est-à-dire $\ln (a^2) = \dots\dots\dots$

De la même façon, on aurait : $\ln (a^3) = \dots\dots\dots$

Plus généralement :

Propriété 7

Si a est un nombre strictement positif et si n est un entier : $\ln (a^n) = \dots\dots\dots$

Exercice 10 :

Exemple : on cherche à déterminer le plus petit entier naturel n tel que : $1,2^n > 100$

**Dans cette inéquation, l'inconnue est "en exposant";
pour résoudre une telle inéquation, on va utiliser le logarithme népérien.**

$$1,2^n > 100 \Leftrightarrow \ln 1,2^n > \ln 100 \Leftrightarrow n \times \ln 1,2 > \ln 100 \Leftrightarrow n > \frac{\ln 100}{\ln 1,2} \approx 23,26$$

attention : on a divisé par $\ln 1,2$ qui est positif, donc l'inégalité n'a pas changé de sens !).

Le plus entier naturel n tel que : $1,2^n > 100$ est donc $n = 24$

1. En utilisant la méthode décrite dans l'exemple ci-dessus, trouver le plus petit entier n tel que :

a. $1,1^n > 5$	b. $2,1^n > 7500$	c. $0,7^n < 0,05$
----------------	-------------------	-------------------

2. Dans le chapitre précédent (exercice 7), nous avons vu que si l'on lance n fois un dé pipé pour lequel la probabilité d'obtenir la face 6 est égale à 0,2, alors la probabilité d'obtenir au moins une fois la face 6 (à l'issue de ces n lancers) vaut $1 - 0,8^n$.

Combien de fois doit lancer le dé pour avoir plus de 99 % de chance d'obtenir au moins une fois la face 6 ?

Exercice 11 :

Une commune dispose de 380 vélos qu'elle loue chaque mois.

Le nombre de vélos loués le n -ième mois après le mois de Janvier 2025 est modélisé par une suite (u_n) définie pour tout entier n par $u_n = -140 \times 0,9^n + 420$.

1. **a.** Calculer u_0 et u_1 puis interpréter dans le contexte de l'exercice.
- b.** Déterminer la limite de la suite (u_n) .
2. La commune envisage d'acheter des vélos supplémentaires pour répondre à la demande. Le responsable de la commune souhaite prévoir à partir de quel date le nombre de vélos sera insuffisant. On se propose pour cela d'utiliser l'algorithme ci-contre :
 - a.** Recopier et compléter cet algorithme.
 - b.** A l'aide de la calculatrice, déterminer quelle sera la valeur de la variable n à la fin de l'exécution de cet algorithme.
3. **a.** A l'aide de la fonction \ln , résoudre l'inéquation : $-140 \times 0,9^n + 420 > 380$.
- b.** Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

```

n ← 0
u ← 280
Tant que u .....
    n ← .....
    u ← .....
Fin tant que
    
```

Exercice 12 : Deux défis

Défi 1 :

Déterminer le plus petit entier n tel que : $9^n > 2025^{2026}$

Défi 2 :

Démontrer que pour tout réel x , on a : $\ln(1 + e^x) = x + \ln(1 + e^{-x})$

Objectif n° 3 : Etudes de fonctions avec ln

Exercice 13

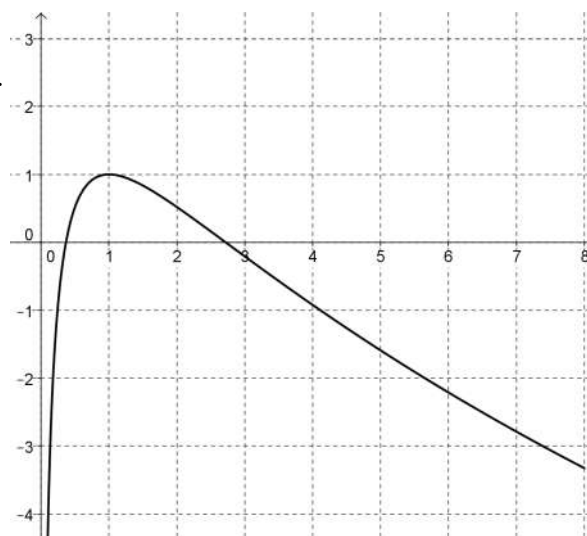
On considère la fonction f définie sur $[1 ; 20]$ par $f(x) = x \ln x - 3x + 4$

1. Vérifier que $f'(x) = \ln x - 2$
2. Résoudre, dans l'intervalle $[1 ; 20]$, l'inéquation $\ln x - 2 > 0$
3. Dresser alors le tableau de variations de f
4. On admet que l'équation $f(x) = 0$ possède deux solutions (que l'on nommera α et β) dans l'intervalle $[1 ; 20]$.
A l'aide de la calculatrice, donner une valeur approchée au centième de ces deux solutions.

Exercice 14

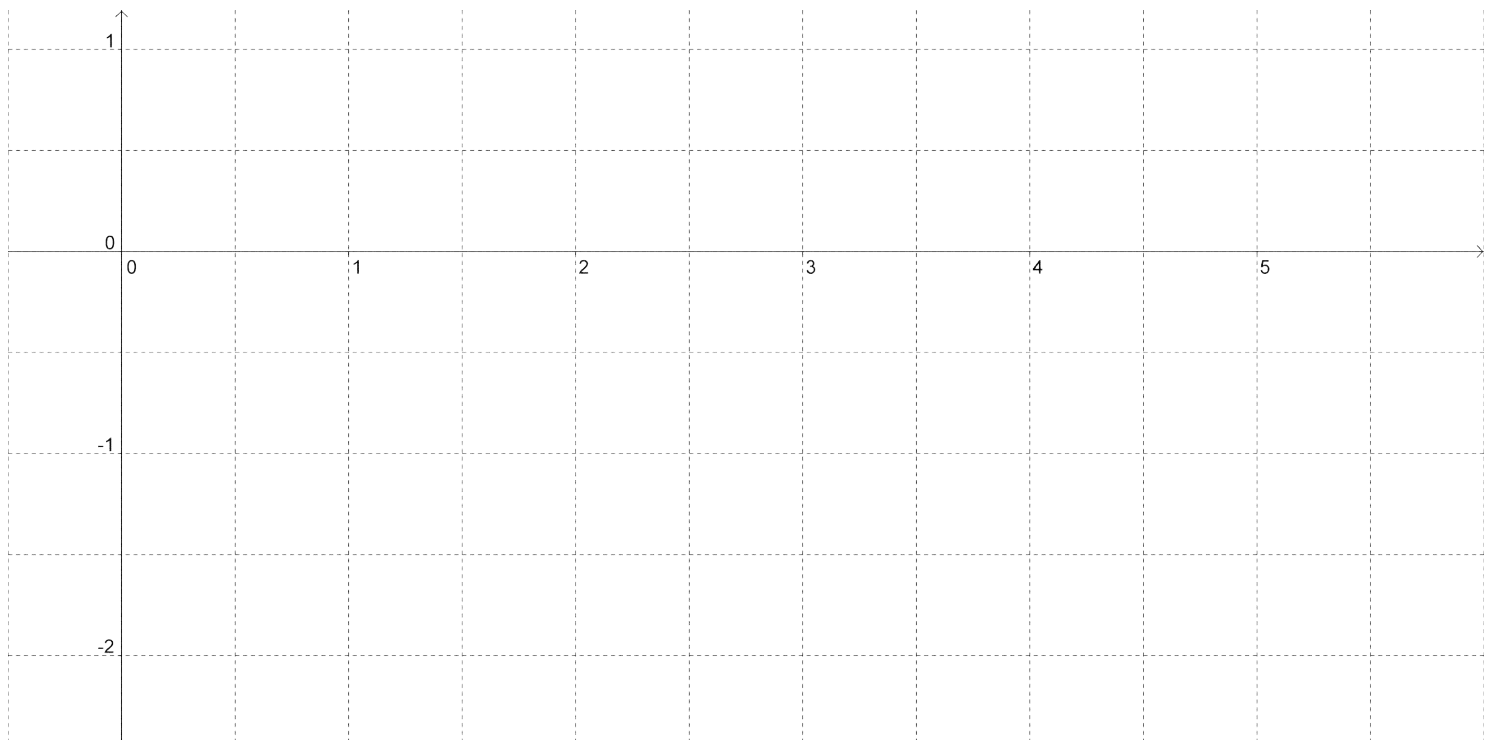
La courbe ci-contre est la représentation graphique de la fonction f définie par $f(x) = (\ln x + 1)(1 - \ln x)$ sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$.

1. Résoudre par le calcul l'équation $f(x) = 0$.
2. a. Déterminer la limite de f en 0 .
b. Déterminer la limite de f en $+\infty$.
3. a. Démontrer que $f'(x) = \frac{-2 \ln x}{x}$.
b. Dresser le tableau de variations de f .



Exercice 15 : soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{1 + \ln x}{x}$. On nomme \mathcal{C} sa courbe représentative.

1. Déterminer l'ensemble de définition de f .
2. Déterminer la limite de f en 0. Donner une interprétation graphique de ce résultat.
3. On admettra que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$. Donner une interprétation graphique de ce résultat.
4. Démontrer que pour tout réel strictement positif x , on a : $f'(x) = \frac{-\ln x}{x^2}$
5. Étudier les variations de f et dresser son tableau de variations. Faire apparaître les limites aux bornes de son ensemble de définition.
6. Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet pour unique solution $x = \frac{1}{e}$.
Placer cette solution dans le tableau de variations de f .
7. Dresser le tableau de signes de f sur $]0 ; +\infty[$
8. Esquisser \mathcal{C} dans le repère ci-dessous en mettant en évidence tous les éléments de l'étude.



Exercice 16 :**Partie A :**

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[1 ; 25]$ par $f(x) = \frac{x + 2 - \ln x}{x}$.

1. Justifier que pour tout réel x de l'intervalle $[1 ; 25]$, on a $f'(x) = \frac{-3 + \ln x}{x^2}$.
2. Résoudre, dans l'intervalle $[1 ; 25]$, l'inéquation $-3 + \ln x > 0$
3. Dresser alors le tableau de variations de la fonction f dans l'intervalle $[1 ; 25]$.
4. D'après ce tableau de variations, l'équation $f(x) = 1,5$ admet une seule solution dans l'intervalle $[1 ; 25]$ que l'on notera α . A l'aide de la calculatrice, déterminer un encadrement d'amplitude 0,01 de α

Partie B :

Une entreprise fabrique chaque jour entre 100 et 2500 pièces électroniques pour vidéoprojecteurs. Toutes les pièces fabriquées sont identiques.

On admet que, lorsque x centaines de pièces sont fabriquées (avec $1 \leq x \leq 25$), le coût moyen de fabrication d'une pièce est de $f(x)$ euros.

5. Déterminer, à l'unité près, le nombre de pièces à fabriquer pour que le coût moyen de fabrication d'une pièce soit minimum. Déterminer alors ce coût moyen minimal (arrondir au centime)
6. Déterminer le nombre minimum de pièces à fabriquer pour que le coût moyen de fabrication d'une pièce soit inférieur ou égale à 1,50 €.

Objectif n° 5 : étude de fonctions du type $\ln (U(x))$

Propriété 8

Si U est une fonction strictement positive et dérivable sur un intervalle I , alors la fonction $\ln U$ est elle aussi dérivable sur I et on a :

$$(\ln U)' = \frac{U'}{U}$$

Exercice 17 :

Déterminer la dérivée de chacune des fonctions suivantes :

1. f définie par $f(x) = \ln(3x + 5)$

2. g définie par $g(x) = \ln(x^2 + 1)$

Exercice 18 :

A l'approche des fêtes de fin d'année, un supermarché commercialise des guirlandes de Noël. La gérante souhaite vendre entre 0 et 8 000 guirlandes. Le bénéfice, en milliers d'euros, réalisé pour la vente de x milliers de guirlandes est modélisé par la fonction f définie sur l'intervalle $[0 ; 8]$ par :

$$f(x) = -0,25x^2 + 2x + 3 \ln(x + 1) - 1,75 - 3 \ln 2.$$



Partie A :

1. Calculer $f(1)$

2. Calculer $f'(x)$ et montrer que pour tout x de l'intervalle $[0 ; 8]$: $f'(x) = \frac{(x + 2)(2,5 - 0,5x)}{x + 1}$

3. Dresser le tableau de signes de $f'(x)$ et le tableau de variations de f sur l'intervalle $[0 ; 8]$ (les valeurs seront arrondies au millième)

4. a. Placer 1 et son image dans le tableau de variations de f .
 b. En déduire le tableau de signes de $f(x)$.

Partie B :

5. a. Combien de guirlandes le supermarché doit-il vendre pour réaliser un bénéfice maximum ?

b. Quel sera ce bénéfice maximum (à 1 € près) ?

6. Combien de guirlandes au minimum le supermarché doit-il vendre pour réaliser un bénéfice sur ce produit ?

Exercice 19 : Pour aller plus loin

Soit f la fonction définie par $f(x) = 1 + x \ln(x + 2)$.

1. Préciser l'ensemble de définition de cette fonction. Pour la suite on se placera sur l'intervalle $[-1 ; +\infty [$.

2. Un logiciel de calcul formel a donné les résultats ci-contre :

a. Vérifier l'expression de $f'(x)$ obtenu à la ligne 2.

b. Vérifier l'expression de $f''(x)$ obtenu à la ligne 3.

3. Etudier les variations de la fonction f' et dresser son tableau de variations sur l'intervalle $[-1 ; +\infty [$ (la limite de f' en $+\infty$ n'est pas demandée)

4. a. On admet que l'équation $f'(x) = 0$ possède une solution α unique dans l'intervalle $[-1 ; +\infty [$. A la calculatrice, déterminer l'arrondi au dixième de α .

b. Placer α et son image dans le tableau de variations de f' et en déduire le tableau de signes de $f'(x)$ sur l'intervalle $[-1 ; +\infty [$.

5. Dresser le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[-1 ; +\infty [$.

6. Déterminer la limite de f en $+\infty$.

1	$f(x)$
<input type="radio"/>	$\rightarrow x \ln(x + 2) + 1$
2	$f'(x)$
<input type="radio"/>	$\rightarrow \ln(x + 2) + \frac{x}{x + 2}$
3	$f''(x)$
<input type="radio"/>	$\rightarrow \frac{x + 4}{(x + 2)^2}$