

Maths Complémentaires - DS 1 - Corrigé

1/4

Exercice 1

$$1) 4x - x^2 = 4 \quad (\Rightarrow) \quad -x^2 + 4x - 4 = 0$$

$$\Delta = 16 - 16 = 0$$

Donc 1 solution

$$2) (x^2 + x + 1)(x^2 + x - 1) = 0$$

$$(\Rightarrow) x^2 + x + 1 = 0 \quad \text{ou} \quad x^2 + x - 1 = 0.$$

$$\Delta_1 = 1 - 4 < 0$$

$$\Delta_2 = 1 + 4 = 5 > 0.$$

Donc 2 solutions

$$3) f(x) = \frac{5 - 7x}{2x - 1}$$

$$\text{Donc } f'(x) = \frac{-7(2x - 1) - 2(5 - 7x)}{(2x - 1)^2}$$

$$f'(x) = \frac{-14x + 7 - 10 + 14x}{(2x - 1)^2}$$

$$f'(x) = \frac{-3}{(2x - 1)^2}$$

$$4) g(x) = e^{5 - 4x}$$

donc

$$g'(x) = -4 e^{5 - 4x}$$

$$5) h(x) = (3x - 2)e^{-x}$$

donc

$$h'(x) = 3e^{-x} + (-e^{-x})(3x - 2)$$

$$h'(x) = e^{-x}(3 - 3x + 2)$$

$$h'(x) = (5 - 3x)e^{-x}$$

$$6) f(x) = -2x^2 + 2x + 3$$

donc

$$f'(x) = -4x + 2$$

$$y = f'(x)(x - 1) + f(x)$$

$$f'(1) = -4 + 2 = -2$$

$$f(1) = -2 + 2 + 3 = 3$$

$$y = -2(x - 1) + 3 = -2x + 2 + 3$$

$$y = -2x + 5$$

Exercice 2

1) $x^2 + 4x - 5 = 0$

$\Delta = 36 \quad x_1 = -5 \quad x_2 = 1$

$-x^2 + x - 1 = 0$

$\Delta = -3$ Pas de racines.

x	$-\infty$	-5	1	$+\infty$
Signe de $x^2 + 4x - 5$	+	0	0	+
Signe de $-x^2 + x - 1$	-	-	-	-
Signe de $(x^2 + 4x - 5)(-x^2 + x - 1)$	-	0	0	-

$S =]-5; 1[$

2) $2x + 5 = 0$ pour $x = -\frac{5}{2} = -2,5$

$-x^2 + x + 12 = 0$

$\Delta = 49$

$x_1 = -3$

$x_2 = 4$

x	$-\infty$	-3	$-2,5$	4	$+\infty$		
Signe de $2x+5$	-	-	0	+	+		
Signe de $-x^2+x+12$	-	0	+	+	0	-	
Signe de $\frac{2x+5}{-x^2+x+12}$	+		-	0	+		-

$S =]-3; -2,5] \cup]4; +\infty[$

Exercice 3Partie A

1) Graphiquement, au bout de 30 minutes (0,5 h), la concentration est d'environ 1,2 mg/L.

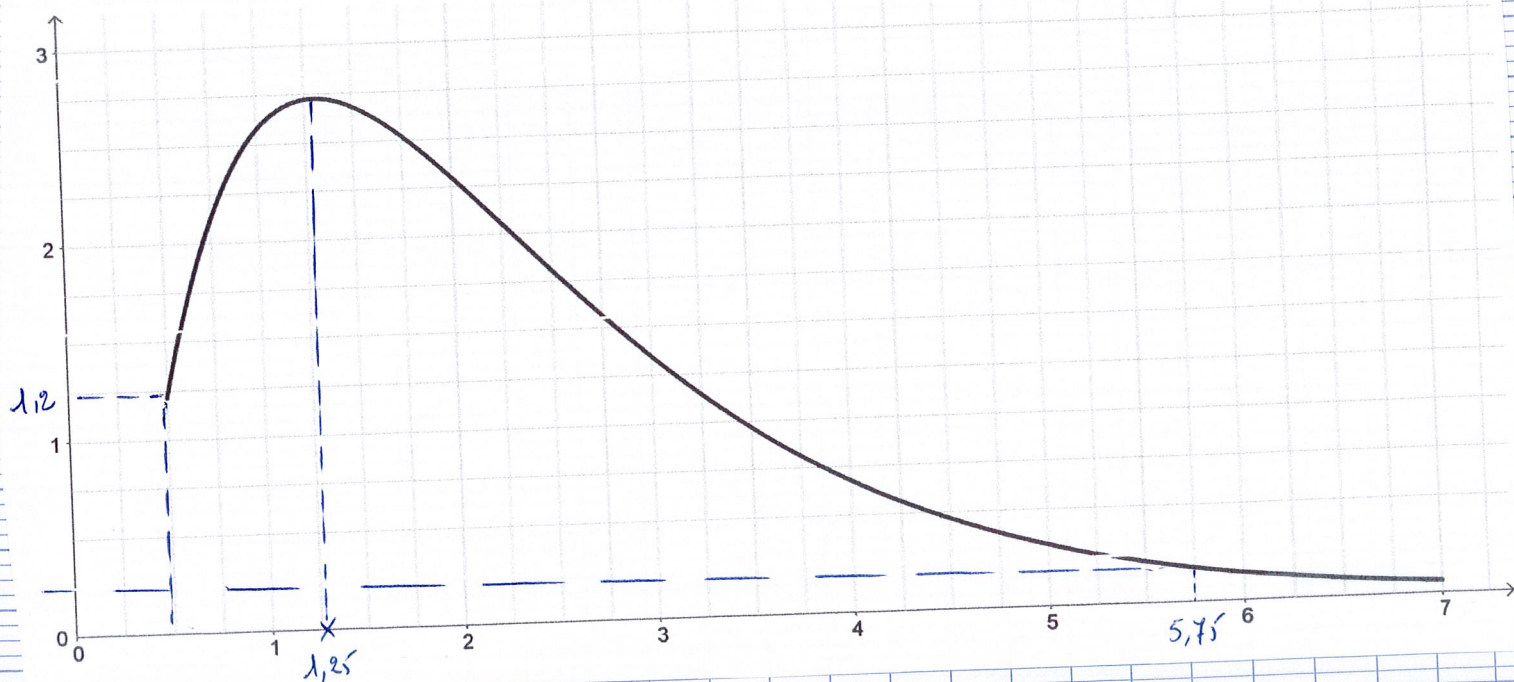
2) La concentration est maximale pour $t = 1,25$ h.

$$1,25 \text{ h} = 1 \text{ h } 15 \text{ minutes}$$

La concentration est donc maximale au bout de 1 h 15 minutes environ.

3) La concentration devient inférieure à 0,25 mg/L pour $t > 5,75$. $5,75 \text{ h} = 5 \text{ h } 45 \text{ min.}$

Donc la concentration devient négligeable au bout d'environ 5 h 45 minutes.



Partie B

1/4

4) $f(x) = \frac{\ln x - 3}{e^x}$ de la forme $\frac{u(x)}{v(x)}$

avec $u(x) = \ln x - 3$ et $v(x) = e^x$
Donc $u'(x) = \frac{1}{x}$ et $v'(x) = e^x$

$$f'(x) = \frac{u'(x)v(x) - v'(x)u(x)}{(v(x))^2} = \frac{\frac{1}{x}e^x - e^x(\ln x - 3)}{(e^x)^2}$$

$$f'(x) = \frac{e^x(1 - \ln x + 3)}{(e^x)^2} = \frac{e^x(4 - \ln x)}{(e^x)^2}$$

$$f'(x) = \frac{4 - \ln x}{e^x}$$

5)

x	0,5	1,3	7
Signe de $4 - \ln x$	+	0	-
Signe de e^x	+	+	+
Signe de $f'(x)$	+	0	-
Variations de f		$\nearrow \approx 2,125$ $\searrow \approx 0,061$	

Les valeurs $f(0,5) \approx 1,213$; $f(1,3) \approx 2,125$
et $f(7) \approx 0,061$ ont été obtenues à la
calculatrice.