

Maths Complémentaires - DS 2

Corrigé

1/6

Exercice 1 :

Pour chacune des questions suivantes, cinq réponses sont proposées; une seule est correcte. Indiquer la proposition correcte (aucune justification n'est demandée).

1. Parmi les cinq propositions suivantes, indiquer le numéro de celle qui est correcte:

....(3)....

(1) $\lim_{n \rightarrow +\infty} 3 + 2 \times (-0,7)^n = 5$	(2) $\lim_{n \rightarrow +\infty} 3 + 2 \times (-0,7)^n = 0$	(3) $\lim_{n \rightarrow +\infty} 3 + 2 \times (-0,7)^n = 3$
(4) $\lim_{n \rightarrow +\infty} 3 + 2 \times (-0,7)^n = -\infty$	(5) $3 + 2 \times (-0,7)^n$ n'a pas de limite	

2. Parmi les cinq propositions suivantes, indiquer le numéro de celle qui est correcte:

.....(2).....

(1) $\lim_{n \rightarrow +\infty} 7 - 3 \times 1,2^n = +\infty$	(2) $\lim_{n \rightarrow +\infty} 7 - 3 \times 1,2^n = -\infty$	(3) $\lim_{n \rightarrow +\infty} 7 - 3 \times 1,2^n = 4$
(4) $\lim_{n \rightarrow +\infty} 7 - 3 \times 1,2^n = 7$	(5) $7 - 3 \times 1,2^n$ n'a pas de limite	

3. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 1 + x e^{2x}$.

Parmi les cinq propositions suivantes, indiquer le numéro de celle qui est correcte:

.....(3).....

(1) $f'(x) = 1 + 2e^{2x}$	(2) $f'(x) = 2e^{2x}$	(3) $f'(x) = (1 + 2x)e^{2x}$	(4) $f'(x) = (3 + 2x)e^{2x}$	(5) $f'(x) = (1 - 2x)e^{2x}$
---------------------------	-----------------------	------------------------------	------------------------------	------------------------------

4. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = e^{-3x}$.

Parmi les cinq propositions suivantes, indiquer le numéro de celle qui est correcte:

.....(3).....

(1) $g''(x) = -3e^{-3x}$	(2) $g''(x) = -9e^{-3x}$	(3) $g''(x) = 9e^{-3x}$	(4) $g''(x) = 3e^{-3x}$	(5) $g''(x) = e^{-3x}$
--------------------------	--------------------------	-------------------------	-------------------------	------------------------

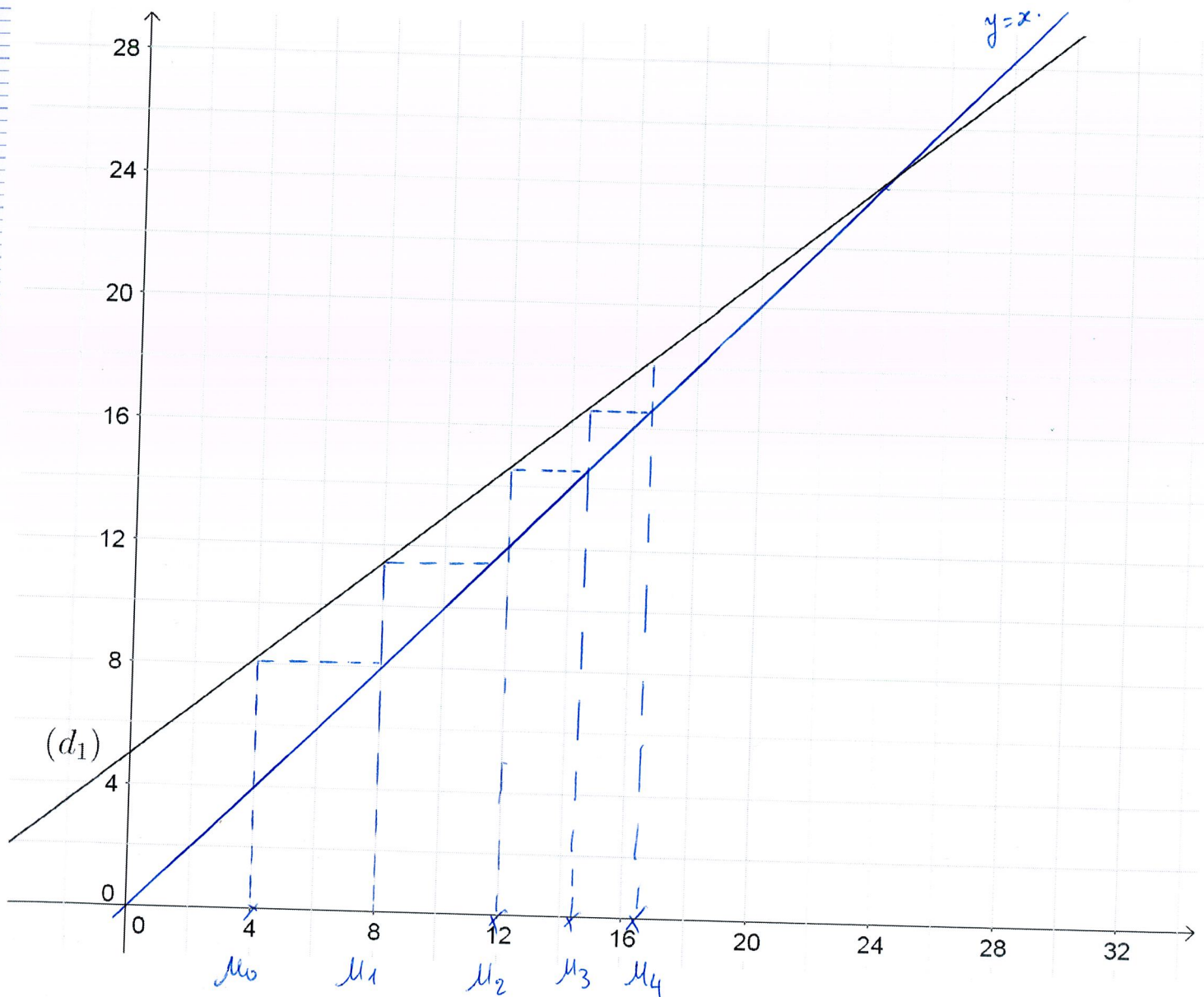
Exercice 2

On considère la suite (u_n) définie pour tout entier n par : $u_0 = 4$ et $u_{n+1} = 0,8 u_n + 5$

On a tracé sur le graphique ci-dessous, la droite (d_1) d'équation $y = 0,8 x + 5$.

1. Construire graphiquement les cinq premiers termes de la suite (u_n) sur l'axe des abscisses (laisser apparents les traits ayant servi à effectuer cette construction).
2. Conjecturer le sens de variations et la convergence de cette suite.

La suite (u_n) semble croissante et semble converger vers 24.



Exercice 3

1) $M_1 = 0,9 \times M_0 + 30 = 0,9 \times 200 + 30 = 210.$

$M_1 = 210$ donc il y avait 210 vélos en 2021

2) a) A la date $M_8 \approx 257$

On peut prévoir 257 vélos pour 2028

b) La suite (M_n) semble croissante

3) a) On veut montrer que $V_{n+1} = 0,9 V_n$.

On sait que $V_{n+1} = M_{n+1} - 300$

$$V_{n+1} = 0,9 M_n + 30 - 300$$

$$V_{n+1} = 0,9 (V_n + 300) + 30 - 300$$

$$V_{n+1} = 0,9 V_n + 270 + 30 - 300$$

Donc $V_{n+1} = 0,9 V_n$.

La suite (V_n) est donc géométrique de raison 0,9 avec $V_0 = M_0 - 300 = 100 - 300 = -200$

b) V_n est géométrique, $V_n = V_0 \times 0,9^n$

Donc $V_n = -200 \times 0,9^n$

c) $M_n = V_n + 300$

Comme $V_n = -200 \times 0,9^n$,

$M_n = -200 \times 0,9^n + 300$

4)
a)

```

n ← 0
u ← 290
Tant que u ≤ 270
    * u ← 0,9 * u + 30
    * n ← n + 1
Fin Tant que
    
```

b) A la calculatrice

$$u_{11} \approx 268,6 \leq 270$$

$$u_{12} \approx 271,8 > 270$$

Donc $n = 12$

5) $\lim_{n \rightarrow +\infty} 0,8^n = 0$ car $-1 < 0,8 < 1$.

Donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} 100 \times 0,8^n + 300 = 300$.

$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 300$.

A long terme, le nombre de vélos va se stabiliser à 300.

La suite (u_n) est croissante et converge vers 300, donc aucun terme ne pourra dépasser 300.

La société des vélos ne pourra donc plus satisfaire cette demande.

Exercice 4

1) 30 minutes = 0,5 h

$$f(0,5) = (2 \times 0,5 - 0,05) e^{-0,8 \times 0,5} + 0,05 \approx 0,7$$

Au bout de 30 minutes, le taux d'alcool dans le sang est d'environ 0,7 g/L

2) $f(t) = \underbrace{(2t - 0,05)}_u \underbrace{e^{-0,8t}}_v + 0,05$

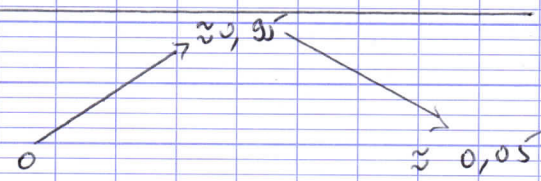
$$f'(t) = \underbrace{2}_{u'} \underbrace{e^{-0,8t}}_{v'} + \underbrace{(-0,8 e^{-0,8t})}_{v'} \underbrace{(2t - 0,05)}_u + 0$$

$$f'(t) = 2 e^{-0,8t} - 1,6t e^{-0,8t} + 0,04 e^{-0,8t}$$

$$f'(t) = e^{-0,8t} (2 - 1,6t + 0,04)$$

$$f'(t) = (2,04 - 1,6t) e^{-0,8t}$$

3) Étudions les variations de f

x	0	1,245	24
Signe de $2,04 - 1,6t$	+	0	-
Signe de $e^{-0,8t}$	+	+	+
Signe de $f'(t)$	+	0	-
Variations de f			

Le taux d'alcool dans le sang est donc maximal pour $t = 1,275$ (donc environ $1^h 16'$) et sera d'environ $0,95$ g/L

4) a)

x	0	2,525	24
Signe de $1,28t - 3,232$	-	0	+
Signe de $e^{-0,8t}$	+		+
Signe de $f''(t)$	-	0	+
Courbure de f	Concave		Convexe

b) La fonction f change de courbure pour $x = 2,525$

Le point d'abscisse 2,525 est donc un point d'inflexion pour la courbe de f .

c) C'est à partir de $2^h 30$ environ que le taux d'alcool dans le sang diminue moins vite.